

Geometria - Általános megjegyzések

- Az elírások miatti pontvesztések nagyon idegesítőek tudnak lenni. Geometriában a szögek egyenlőségénél, hogy mikor melyik sokszögről van szó, nem mindegy. Több feladathoz küldött megoldásokban is találkoztunk megértést nehezítő/zavaró elírásokkal.

- Diskussziót ne hagyjátok le! Mi is az a diskusszió? Meg kell vizsgálni, hogy az ábra tényleg úgy néz-e ki, ahogy elemeztük, vagy csak mi rajzoltuk fel így?

Ehhez fő szempontok:

- egy adott egyenes a háromszög oldalegyenesét az oldalon belül metszi biztosan, vagy metszheti kívül is? (metszéspontok sorrendje egy egyenesen)
- egy vizsgált pont a tartományunkon (háromszögön) belülre vagy kívülre esik? (v.ö.: magasságpont)
- egy α szög, amivel számolunk, mindig hegyesszög-e, vagy lehet tompaszög? (tompaszög esetén az ábra minden bizonnyal átalakul, $90 - \alpha$ szöget nem szeretnénk az ábrába írni valószínűleg.
- egy pont és egy húr a körön - a pont melyik körívre esik? (a húrhoz tartozó kerületi szög függ ettől...)

Egyszóval: diskusszió mindenképp hasznos lehet, sőt a teljes megoldáshoz hozzátartozik. Azt is oda kell írni, ha diskusszió nem szükséges!

Eszközök, amivel esetleg egyszerre lehet kezelni többféle képp előálló illeszkedési diagramokat:

- algebrai megközelítés: vektorok, trigonometria
- szögek összegzése helyett szögek egyenlőségét írjuk fel mindig, hasonlóság, hűrnégyszögek alapján
- irányított szögek használata (amivel értelmet nyerhetnek a negatív szögek is)

Feladatonkénti megjegyzések, mintamegoldások:

1. feladat: Kerekes Anna

A megoldás fő gondolatát szögszámolással, egyszerű hasonlóságokkal vagy párhuzamos szelők tételével összerakhattuk. Amire azonban ilyenkor vigyázni kell: gondosan elemezzük ki, hogy az ábra szerkezete lényegében egyféle lehet-e (ahogy rajzoltuk), vagy esetleg kihasználunk valamit róla.

2. feladat: Kerekes Anna

minimális hűrnégyszögezés, majd egy hatványvonalazás

3. feladat: Kerekes Anna

pár ismert összefüggés, majd trigonometria, nem sok, gyorsan kijön, rövid

4. feladat: Vankó Mila, Kerekes Anna

Mila: felvesz egy új pontot, és onnan szögszámolgatás

Anna: hasonló háromszögek észrevétele, szakasz hossz számolgatás, majd párhuzamos szelők tételének következménye

5. feladat: Vankó Mila

Kerületi szögek, hűrnégyszög felismerése

Befejezés másképp: a CDAG hűrnégyszögről azt is tudjuk, hogy trapéz, mert $AD \parallel BC$. Ha viszont hűrnégyszög és trapéz is egyben, akkor szimmetrikus trapéz. Ebből pedig tudjuk, hogy $AG = DC$, de ABCD paralelogramma, így $DC = AB$.

6. feladat: Janzer Lili

További megoldáshoz ötlet:

Sok-sok derékszögű háromszöget látunk az ábrán, ami arra sarkallhat, hogy vizsgáljuk azokat a köröket, amihez a derékszögű háromszögek tartoznak (átmérő fölé írt körök, Thalesz-tétel)

Körök pontjait a körre vonatkozó hatvány is meghatározza; 1 egyenesre illeszkedés pedig körök jelenléte esetén gyakran onnan ered, hogy hatványvonalak pontjait vizsgáljuk.

Esetünkben nézzük meg, hogy H, H' és $BB' \cap CC'$ mely köröknek lesz rajta mind a hatványvonalán! (Hatványvonalra esést is a körre vonatkozó hatvánnyal ellenőrizhetünk)

7. feladat: Kerekes Anna, Janzer Lili

Anna azt látta be, hogy $\frac{1}{2}$, ahol a beírt kör sugara. Két hasonlóságot alkalmazott, egy (súlypont) középpontú $-\frac{1}{2}$ arányút és egy középpontú 2 arányút. Ezek segítségével sorra kifejezte különböző szakaszok hosszát, így kapta meg végül az $\frac{1}{2}$ -et. A számolás közben egy ponton felhasználta hogy $\frac{1}{2}$, ami máshol, máskor is hasznos lehet.

Lili megsejtette hogy a beírt körnek a $-\frac{1}{2}$ -n lévő érintési ponttal szemközti pontja és szög- illetve hossz-számolgatásokkal látta be. Használt közben Menelaosz tételt is, illetve felvett egyáltalán nem triviális új pontokat.