

(1) S_1 és S_2 körök középpontjait jelölje O_1 , ill. O_2 , metszéspontjaikat pedig jelölje A és B . Az S_1 kör A -beli érintője BO_2 szakaszt K -ban metszi, míg az S_2 kör A_2 -beli érintőjének és BO_1 szakasznak a metszéspontja L . Lásd be, hogy KL párhuzamos O_1O_2 -vel.

(2) Legyenek P és Q olyan pontok az ABC háromszög AB , illetve AC oldalain, melyekre PQ párhuzamos BC -vel. Legyen M az APQ háromszög egy belső pontja és az MB és MC szakaszok a PQ szakaszt messék rendre E -ben és F -ben. Jelölje N a PMF és QME körök M -től különböző metszéspontját. Igazold, hogy A , M és N pontok egy egyenesre esnek.

(3) Legyen ABC egy általános háromszög és jelölje I_a a BC oldalhoz tartozó hozzáírt körének középpontját. Legyen M az I_a pont BC egyenesre vonatkozó tükörképe. Bizonyítsd be, hogy ekkor AM párhuzamos a BCI_a háromszög Euler-egyenesével.

(4) Az $ABCD$ paralelogrammában $A\angle < 90^\circ$ és az AC átmérőjű kör a BC és CD egyeneseket rendre E -ben és F -ben metszi ($E, F \neq C$), míg az előbbi kör A -beli érintőjének és BD -nek a metszéspontja P . Igazold, hogy ekkor P , E és F pontok egy egyenesre esnek.

(5) $ABCD$ paralelogramma átlóinak metszéspontja O . A BOC kör O -ból húzható érintője CB félegyenest F pontban metszi. FOD körnek és BC egyenesnek az F -től különböző metszéspontja G . Igazold, hogy ekkor $AG = AB$.

(6) Legyen ABC egy háromszög. Egy, a B és C pontokon áthaladó kör az AB és AC oldalakat rendre C' -ben és B' -ben metszi. ABC és $AB'C'$ háromszögek magasságpontjait jelölje rendre H és H' . Bizonyítsd be, hogy ekkor BB' , CC' és HH' egyenesek egy ponton haladnak át.

(7) ABC háromszög BC és CA oldalaihoz tartozó hozzáírt körei az adott oldalakat A_1 -ben, illetve B_1 -ben érintik. Az AA_1 és BB_1 szakaszok metszéspontját jelölje N és legyen P az AA_1 szakasz azon pontja, melyre $AP = A_1N$. Igazold, hogy P az ABC háromszög beírt körére esik.