

Vegyes feladatsor – március eleje

- Adott két, egyenként N egymást követő pozitív egészet tartalmazó számsor és egy $2 \times N$ méretű táblázat. A számokat úgy akarjuk beleírni a táblázatba, hogy az első számsor a táblázat első sorába kerüljön, a második számsor a táblázat második sorába, minden sorban az adott számsor minden eleme pontosan egyszer szerepeljen és az minden oszlopban lévő két számból képzett összeg az újabb egymást követő egészekből álló számsort adjon. El lehet-e végezni a beírást, ha
 - $N = 2017$?
 - $N = 2018$?
- Legyen m egy 1-nél nagyobb egész szám. Az x_0, x_1, x_2, \dots sorozatot az alábbi rekurzió alapján definiáljuk: $x_i = 2^i$, ha $i = 0, 1, \dots, m - 1$ illetve $x_i = \sum_{j=1}^m x_{i-j}$, ha $i \geq m$. Mekkora az a legnagyobb k egész, amelyre létezik a sorozatnak k darab egymást követő tagja, amely mind osztható m -mel?
- Az ABCD húrnégyszögben $AB = AD$. Legyenek M és N a BC és CD oldalak azon pontjai, hogy $BM + ND = MN$ teljesül. Az AM és AN egyenesek az ABCD körülírt körét a P és Q pontokban metszik. Bizonyítsuk be, hogy az APQ háromszög magasságpontja az MN szakaszon fekszik.

Jó munkát! :)