

## Egyenlőtlenségek

1. Legyenek  $A, B, C$  pozitív számok, melyek szorzata 1. Bizonyítsd be, hogy ekkor

$$\left(A - 1 + \frac{1}{B}\right) \left(B - 1 + \frac{1}{C}\right) \left(C - 1 + \frac{1}{A}\right) \leq 1.$$

2. Bizonyítsd be, hogy  $(a^3 + 2)(b^3 + 2)(c^3 + 2) \geq (a + b + c)^3$  minden  $a, b, c \geq 0$  valósra!

3. Bizonyítsd be, hogy  $\frac{b}{a+2b+c} + \frac{c}{b+2c+d} + \frac{d}{c+2d+a} + \frac{a}{d+2a+b} \leq 1$  minden  $a, b, c, d \geq 0$  esetén!

4. Legyenek  $x, y, z$  pozitív valós számok, melyekre  $xyz = 1$ . Bizonyítsd be, hogy ekkor

$$\frac{x^3}{(1+y)(1+z)} + \frac{y^3}{(1+z)(1+x)} + \frac{z^3}{(1+x)(1+y)} \geq \frac{3}{4}$$

5. Legyenek  $a, b, c$  egy háromszög oldalai. Bizonyítsd be, hogy

$$\frac{\sqrt{b+c-a}}{\sqrt{b} + \sqrt{c} - \sqrt{a}} + \frac{\sqrt{c+a-b}}{\sqrt{c} + \sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a+b-c}}{\sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c}} \leq 3.$$

Jó munkát! :)