

## Függvényegyenletek

1. Határozd meg az összes  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt, amely minden  $x, y$ -ra teljesíti a következő egyenletet:

$$f(x^2 - y^2) = (x - y)(f(x) + f(y)).$$

2. Határozd meg az összes olyan  $f$  függvényt, amelyre minden  $x, y \in \mathbb{R}$  esetén teljesül, hogy

$$f(f(x - y)) = f(x) \cdot f(y) - f(x) + f(y) - xy.$$

3. Keresd meg az összes  $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$  függvényt, amelyre  $f(1) = 2$  és

$$f(xy) = f(x)f(y) - f(x + y) + 1.$$

4. Keresd meg az összes olyan  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt, amely minden  $x, y \in \mathbb{R}$  esetén teljesíti a következő egyenletet:

$$f(xf(y)) = (1 - y)f(xy) + x^2y^2f(y).$$

5. Határozd meg az összes  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt, amelyre

$$f(x - f(y)) = f(f(y)) + xf(y) + f(x) - 1.$$

Jó munkát! :)