EGMO egyenlőtlenség

1. Legyenek a, b, c egy háromszög oldalai. Bizonyítsd be, hogy

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}<2.$$

2. Legyen $P(x)$ egy pozitív együtthatós polinom. Bizonyítsd be, hogy ha

$$P\left(\frac{1}{x}\right) \geq \frac{1}{P(x)}$$

teljesül $x=1$-re, akkor minden $x>0$-ra teljesül.

3. Az a, b, c pozitív valós számok teljesítik a következő egyenlőséget: $a+b+c=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$. Bizonyítsd be, hogy:

$$2(a+b+c) \geq \sqrt[3]{7a^2b+1}+\sqrt[3]{7b^2c+1}+\sqrt[3]{7c^2a+1}$$

Határozd meg mindazokat az (a, b, c) számhármasokat, melyekre egyenlőség áll fenn.

4. Legyenek a, b, c, d pozitív egészek, amikre:

$$\frac{1}{a^4+1}+\frac{1}{b^4+1}+\frac{1}{c^4+1}+\frac{1}{d^4+1}=1.$$

Bizonyítsd be, hogy $abcd \geq 3$.

5. a, b, c pozitív egészekre bizonyítsd be, hogy:

$$(a^5-a^2+3)(b^5-b^2+3)(c^5-c^2+3) \geq (a+b+c)^3$$

EGMO egyenlőtlenség

1. Legyenek a, b, c egy háromszög oldalai. Bizonyítsd be, hogy

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{a+c}+\frac{c}{a+b}<2.$$

2. Legyen $P(x)$ egy pozitív együtthatós polinom. Bizonyítsd be, hogy ha

$$P\left(\frac{1}{x}\right) \geq \frac{1}{P(x)}$$

teljesül $x=1$-re, akkor minden $x>0$-ra teljesül.

3. Az a, b, c pozitív valós számok teljesítik a következő egyenlőséget: $a+b+c=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$. Bizonyítsd be, hogy:

$$2(a+b+c) \geq \sqrt[3]{7a^2b+1}+\sqrt[3]{7b^2c+1}+\sqrt[3]{7c^2a+1}$$

Határozd meg mindazokat az (a, b, c) számhármasokat, melyekre egyenlőség áll fenn.

4. Legyenek a, b, c, d pozitív egészek, amikre:

$$\frac{1}{a^4+1}+\frac{1}{b^4+1}+\frac{1}{c^4+1}+\frac{1}{d^4+1}=1.$$

Bizonyítsd be, hogy $abcd \geq 3$.

5. a, b, c pozitív egészekre bizonyítsd be, hogy:

$$(a^5-a^2+3)(b^5-b^2+3)(c^5-c^2+3) \geq (a+b+c)^3$$