

Véges matematika I. tanári gyakorlat

2. alkalom - 2023. szeptember 19.

Gyakorlatvezető: Nagy Zoltán Lóránt (nagyzoli@cs.elte.hu), www.cs.elte.hu/~nagyzoli

EA-ról emlékeztető fogalmak, módszerek: indirekt biz., teljes indukció fajtái, skatulya elv, leszámlálási technikák

Alapozás

1. Fel tudjuk-e bontani a szabályos háromszöget a) 99, b) 100, c) 101 szabályos háromszögre?
2. Hányféleképpen oszthatunk ki
 - a) tizennégy embernek hat db. különböző könyvet úgy, hogy bárki bármennyit kaphat?
 - b) nyolc embernek tizenöt db. különböző könyvből, ha mindenki pontosan egy könyvet kap?
 - c) tizenkét embernek hét db. különböző könyvet úgy, hogy mindenki legfeljebb egyet kap?
 - d) tíz embernek tíz db. különböző könyvet úgy, hogy mindenki pontosan egyet kapjon?
 - e) hét embernek hét db. különböző könyvet úgy, hogy egy fő híján mindenki kapjon?
3. Hány olyan 10-hosszúságú kockadobás-sorozat van, amelyben
 - a) csak 2-es és 6-os szerepel?
 - b) három 2-es, két 3-as és öt 6-os szerepel?
 - c) legfeljebb három 6-os szerepel?
4. Le tudjuk-e hézagmentesen fedni a sakktáblát 1×2 -es dominókkal úgy, hogy az A1 és a H8 mezők fedetlenek maradnak?

Gyakorlás

- 5.* Hány olyan 8 hosszúságú sorozat van, ahol minden elem vagy 0 vagy 1, és az 1-esek száma páros?
6. Legfeljebb hány természetes szám adható meg úgy, hogy semelyik kettő különbsége ne legyen osztható 153-mal?
7. Hány olyan permutációja van az $1, 2, \dots, n$ számoknak, amelyben az 1, 2, 3, 4 számok ebben a sorrendben szerepelnek? (Tehát az 1 előbb van, mint a 2, a 3 és a 4; a 2 előbb van, mint a 3 és a 4; a 3 pedig előbb van, mint a 4.)
8. Rögzített n esetén melyik a legnagyobb az $\binom{n}{k}$ alakú binomiális együtthatók közül?
9. Hányféleképp oszthatunk szét egy 52 lapos franciakártya-csomagot 4 játékos között úgy, hogy mindenki 13 lapot kapjon, továbbá a legidősebb játékosnak pontosan 2 ász és 5 treff jusson?
10. Legfeljebb hány pozitív egész számot választhatunk ki 1 és 1000 között úgy, hogy semelyik kettő se legyen relatív prím egymáshoz?
- 11.* Hány olyan 10 betűből álló (nem feltétlenül értelmes) szó van, amelyben 4 különböző magánhangzó található? (A mássalhangzók között lehetnek egyformák is. A magyar abc-ben 14 magánhangzó és 21 mássalhangzó van.)

Kitekintés

- 12.* Hányféleképp választhatunk ki az 1 és 100 közötti pozitív egész számok közül három különbözőt úgy, hogy az összegük osztható legyen 3-mal?
13. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges 100 természetes szám közül kiválasztható néhány, amelyek összege 100-zal osztható!