

VM fejezetek, Kombinatorika bevezető

1. előadás, Nagy Zoltán Lóránt,
2022.09.16.

0.1. Kombinatorika, mi is ez?

Legszűkebb értelemben az elemi leszámolási problémákra utal, de valójában egy széles tudományterület. Jellegetes kérdésvetése:

- leszámolási problémák különböző halmazokban, struktúrákban és elrendezéseken.
- előírt tulajdonságú véges struktúrák létezése ill. megkonstruálása
- optimalizálás: bizonyos feltételeknek megfelelő struktúrák közül a legkisebb / legnagyobb méretű méretének meghatározása, és az ilyen szélsőséges méretű struktúra szerkezetének jellemzése.

0.2. Címszavak a kombinatorika történetéből

1. ókori India: binomiális tétel, ókori görögök: szavak száma, értelmes mondatok száma;
2. Fibonacci (XII-XIII.sz): az elhíresült Fibonacci sorozatra vezető probléma szapora nyulakról, a Liber Abaci (A számolás könyve) című művében. Mellette többek közt: számrendszerek, áttérés az arab számos 10-es számrendszerre, irracionális számok, átváltások (pénznemek közt is), kamatszámítás: üzleti élet fellendítése!
3. Blaise Pascal, Pierre de Fermat (XVII. század): a valószínűségelmélet (kombinatorikus) alapjai
4. Leibnitz (XVII-XVIII. sz) módszeres felépítés. Euler (XVIII. század): poliéderek, körséták gráfokon.
5. Térképszínezési probléma: Guthrie, 1856; ez vezet a négyszíntételhez
6. 1936: Első könyv gráfelmétről, König Dénes
7. 1941: Turán Pál híres gráftétele, az extrémális gráfelmélet születése.
8. XX. század második felében a kombinatorika és gráfelmélet önálló elismert tudományággá nő. [Részben az informatika megalapozásának igényéből, pl. algoritmusok.] Döntő érdeme van ebben Erdős Pálnak, valamint az Abel díjas Szemerédi Endrének és Lovász Lászlónak.

0.3. A kombinatorika alkalmazásai

- számítástudomány (computer science): algoritmusok elemzése
- kódelmélet és titkosítás – számítógépes biztonsági rendszerek, banki biztonsági rendszerek, adattömörítés
- tömegközlekedési rendszerek
- telekommunikációs rendszerek
- valószínűségelmélet és statisztika
- molekuláris biológia, biokémia
- vírusterjedés modellezése
- ...
- (társasjátékok, lottó)

0.4. Miért érdemes hangsúlyosan tanítani?

- problémamegoldás és a kreatív gondolkodás fejlesztésére kitűnő: egyszerű, kézzelfogható fogalmak és egyszerű bizonyítások
- modellalkotás, modellek használata, összevetése és elemzése
- a bizonyítás és érvelés fejlesztésének is nagyszerű terepe
- algoritmikus gondolkodás fejlesztése miatt, ami a mai világunkban különösen is fontos
- alkalmazások fontossága miatt is
- matematikai szépség és kaland: egyszerű problémák, és a feltételek apró változtatásával egészen újszerű jelenségeket kell megérteni.

0.5. Milyen nehézségekre lehet számítani?

Ha a gondolkodás öröme és fejlesztés helyett a pontos eredmények és a teljesítmény van a tanítási fókuszban, elbizonytalanító lehet,

- hogy sokféle probléma merülhet fel, különböző megoldási utakkal és kevésbé vannak kaptafák, begyakorolható levezetési utak;
- egy megoldás megismerését követően nem feltétlenül könnyű eldönteni, hogy jó lett-e az eredmény. (Nincs visszahelyettesítési lehetőség, mint pl az egyenletek esetén).