

Véges matematika, tételsor 2023-24

- 1. Kombinatorikus bizonyítási módszerek: skatulyaelv, indirekt bizonyítás.** Bónusztétel: a tanult anyagból tetszőlegesen választható ide vonatkozó példa, amin a módszert bemutatjuk.
- 2. Kombinatorikus bizonyítási módszerek: teljes indukció.** Bónusztétel: a tanult anyagból tetszőlegesen választható ide vonatkozó példa, amin a módszert bemutatjuk.
- 3. Következtetési irányok: szükséges és elégséges feltételek.** Bónusztétel: a tanult anyagból tetszőlegesen választható ide vonatkozó példa, amin bemutatjuk.
- 4. Leszámlálási alapötletek 1.:** Esetsztévválasztás (esetek számának összegzése). Egymást követő független döntések (szorzási szabály), döntési fa. Dobjuk ki a rosszat! (komplementer esetek, kivonás). Példák mindezekre.
- 5. Leszámlálási alapötletek 2.:** Többszöri megszámlálás korrekciója. Alkalmazás: ismétlés nélküli kombináció, ismétléses permutáció
- 6. Kombinatorikus alapfeladatok:** sorbarendezési és kiválasztási problémák (sorrenddel vagy anélkül, ismétlődéssel vagy anélkül)
- 7. Modellezés és kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés, a bijekciós módszer.** Alkalmazás: halmaz részhalmazainak száma és az ismétléses kombináció.
- 8. Bijekciós módszer és Pascal-háromszög.** Az origóból (n,k) pontba vezető utak száma. Azonosságok a Pascal háromszögben: algebrai és kombinatorikus bizonyítások
- 9. A binomiális tétel** A Pascal háromszög sorösszegei és váltakozó előjelű összegei. Zokniszabály/hokiütő-szabály
- 10. A logikai szita-formula** és alkalmazásai. Az általános állítás, bizonyítása és egy alkalmazás részletes bemutatása $n > 3$ esetben.
- 11. Rekurziók** Rekurzív sorozatok, példák. Rekurziók alkalmazási receptje, konkrét feladatokban. (esetsztévválasztás).
- 12. Homogén első és másodrendű lineáris rekurziók megoldása.** Definiálás, kapcsolat mértani sorokkal, és a fő állítás.
- 13. A Fibonacci-sorozat.** Azonosságok a Fibonacci-számokra. A Fibonacci-számok explicit képlete
- 14. Gráfok alapfogalmak 1.** Egyszerű gráfok, irányított gráfok, alkalmazásaik. Fokszámokra vonatkozó összefüggések. Nevezetes gráfok. Gráfok közötti kapcsolatok: részgráfok, izomorfia.
- 15. Gráfok alapfogalmak 2.** Utak, körök, séták. Összefüggőség. Összefüggőségi komponensek.
- 16. Fák 1.** Élszámuk, alternatív definíciók és ekvivalenciájuk. Minden fának van levele.
- 17. Fák 2.** A fák konstruktív előállítás: Fanövesztés. Összefüggő gráfoknak van feszítőfájuk. Fák élszáma.
- 18. Nyílt Euler-séta és Euler-körséta;** a Königsbergi hidak problémája. Euler tétele az Euler-körséta létezéséről.
- 19. Hamilton-út, Hamilton-kör.** Szükséges feltétel a Hamilton-út, ill. a Hamilton-kör létezésre. Dirac tétele: elégséges feltétel Hamilton-kör létezésére.
- 20. Gráfok színezése** (csúcsok, élek színezése). A kromatikus és élkromatikus szám. Páros gráfok. Alsó és felső becslések a színezési számokra. Brooks, Vizing tételei (ezek biz nélkül).
- 21. Teljes párosítások keresése.** Hall feltétele, König-Hall tétel páros gráf teljes párosításáról. König élszínezési tétele: reguláris páros gráfok élszínezési száma.
- 22. Síkbarajzolható gráfok.** Geometriai kapcsolat: poliéderek, gömbre rajzolhatóság. Euler-formula a tartományok, csúcsok és élek számának összefüggéséről.
- 23. Síkbarajzolható gráfok 2.** n csúcsú síkgráfnak élszámának felső korlátja. Síkba nem rajzolható gráfok, példák. Kuratowski tétele. (Csak az egyik - a könnyű - irány szerepelt)

Jó készülést!

Nem volt bizonyítva, így nem kell a bizonyítás: Kuratowski-tétel, Vizing-tétel, Brooks tétel.

Előadáson nem jutott rá idő, de 5-ösért kell a bizonyítás is: König-Hall tétel, 6-színítétel síkgráfokra (v.ö. 8/6. feladat és előadásjegyzet)