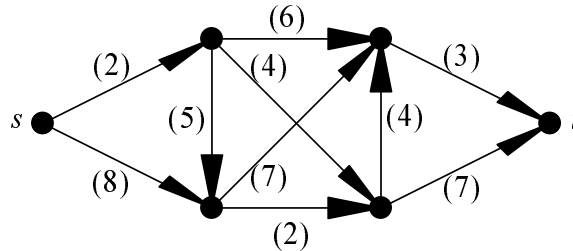


# Véges matematika II. tanárszakos gyakorlat, 5. feladatsor

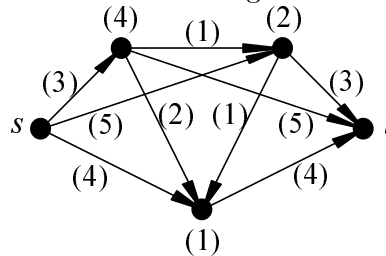
2021. október 6.

1. Mutassunk a lenti hálózatban egy 5 nagyságú folyamot! Határozzuk meg javító segédgráf segítségével a maximális folyam nagyságát, majd mutassunk egy minimális vágást is!

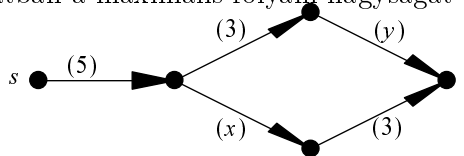


2. Igaz-e, hogy ha egy hálózatban minden él kapacitása páros szám, akkor  
 a) van olyan maximális folyam, melyben a hálózat minden élén páros a folyam értéke?  
 b) minden maximális folyamban a hálózat minden élén páros a folyamérték?  
 Mi a helyzet akkor, ha ugyanezeket a kérdéseket páratlan élkapacitásra és folyamértékre tesszük fel?

3. Az alábbi hálózatban a pontoknak is van kapacitása. Vezessük vissza a problémát az eredeti folyamproblémára, majd keressünk maximális folyamot és minimális vágást!

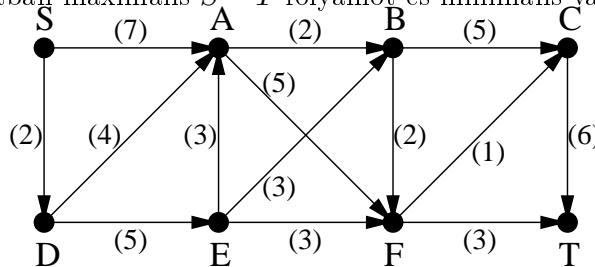


4. Határozzuk meg az alábbi hálózatban a maximális folyam nagyságát tetszőleges valós  $0 \leq x, y$  esetén!



5. Adott két hálózat:  $(G_1; s_1; t_1; c_1)$  és  $(G_2; s_2; t_2; c_2)$ , amelyek csúcshalmazai diszjunktak. A maximális folyam nagysága az elsőben  $f_1$ , a másodikban  $f_2$ . Mekkora lesz a maximális folyam abban a hálózatban, amelyet ezekből soros, illetve párhuzamos összekapcsolással kapunk? (Soros összekapcsolás esetén a  $t_1$  és  $s_2$  csúcsokat azonosítjuk és  $s = s_1, t = t_2$ . Párhuzamos összekapcsolás esetén az  $s_1$  és  $s_2$  csúcsok összevonásával kapjuk  $s$ -et, a  $t_1$  és  $t_2$  csúcsok összevonásával pedig  $t$ -t.)

6. Keressünk az alábbi hálózatban maximális  $S - T$  folyamot és minimális vágást!



7. Legyen  $1 < n$  természetes szám. A  $G$  gráf csúcsai legyenek az  $\{1, 2, \dots, n\}$  halmaz nemüres részhalmazai. Tetszőleges  $X, Y \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$  halmazoknak megfelelő csúcsok esetén menjen  $X$ -ből  $Y$ -ba egy  $|X \cap Y|$  kapacitású él. Legyen a termelő  $s = \{1\}$ , a fogyasztó pedig  $t = \{n\}$ . Mennyi a maximális folyam nagysága?

8. A  $(G; s; t; c)$  hálózatban jelölje  $C_X$  az  $X$  halmazhoz tartozó vágást, azaz az  $X$  és a  $V - X$  halmazok között menő éleket. Legyen  $X$  és  $Y$  a csúcsoknak két olyan részhalmaza, amelyek az  $s$  pontot tartalmazzák, de a  $t$  pontot nem. Tegyük fel, hogy  $C_X$  és  $C_Y$  is minimális értékű vágás. Mutassuk meg, hogy ekkor a  $C_{X \cap Y}$  és  $C_{X \cup Y}$  vágások is minimális értékűek!

**Beadható:** 5/6, 5/8.