

Véges matematika II. haladó gyakorlat

8. feladatsor

1. Egy n csúcsú teljes gráf éleit kiszíneztük pirosra és kékre úgy, hogy a legnagyobb piros teljes részgráf mérete k , a legnagyobb kéké l . Melyik Ramsey számról milyen következtetést vonhatunk le ebből?
2. Egy n csúcsú teljes gráf éleit kiszíneztük pirossal és kékkel. Az alábbi állítások közül melyikből következik, hogy van a gráfban 5 csúcs, melyek közt minden él piros?
 - a) $n < R(5, 5)$;
 - b) $n \leq R(5, 4)$;
 - c) $n \leq R(5, 5)$ és nincs kék teljes 5-ös;
 - d) $n \geq R(4, 5)$ és nincs kék teljes 5-ös;
 - e) $n \geq R(4, 5)$ és nincs kék teljes 4-es;
 - f) $n \geq \binom{8}{4}$;
 - g) $n = 10000$ és nincs kék háromszög.
3. Mutassuk meg, hogy hat egész szám közül mindig ki tudunk választani hármat, melyek páronként relatív prímekek vagy páronként nem relatív prímekek!
4. Adjunk konstrukciót annak igazolására, hogy $R(k, k) > (k - 1)^2$!
5. Tegyük fel, hogy tudjuk, hogy $R(3, 4) = 9$. Mutassuk meg, hogy $R(4, 4) \leq 18$! Igaz-e ugyanez, ha csak azt tesszük fel, hogy $R(3, 4) \leq 9$?
6. Mutassuk meg, hogy $R(3, 4) = 9$
7. Mutassuk meg, hogy
$$R(k_1, k_2, \dots, k_r) \leq R(k_1 - 1, k_2, \dots, k_r) + R(k_1, k_2 - 1, \dots, k_r) + \dots + R(k_1, k_2, \dots, k_r - 1) - r + 2.$$
8. Igazoljuk, hogy ha adott 6 tetszőleges irracionális szám, akkor lesz közöttük 3, hogy ezek páronkénti összege is irracionális. Igaz-e az állítás 5-re?
9. Megadható-e a síkon végtelen sok pont úgy, hogy bármely három olyan valódi háromszöget határoz meg, melynek van racionális és irracionális hosszúságú oldala is?
10. Ismert, hogy a d dimenziós térben legfeljebb $d + 1$ különböző pontot lehet megadni úgy, hogy bármely kettő távolsága ugyanannyi legyen. Meg lehet-e adni végtelen sok pontot, ha kétféle távolságot engedünk meg köztük?
11. 17 tudós összesen három témáról folytat levelezést, bármely kettő pontosan egyről. Mutassuk meg, hogy van köztük három, akik páronként ugyanarról leveleznek!