

## Vegyes feladatok

- 1.\* Léteznek-e olyan  $a, b$  *egynél nagyobb* irracionális számok, hogy  $\lfloor a^m \rfloor$  sosem egyenlő  $\lfloor b^n \rfloor$  akármilyen  $m, n$  pozitív egész hatványra?
2. Határozzuk meg az összes olyan  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt, amelyre  $f(xf(y)+y) + f(xy+x) = f(x+y) + 2xy$  minden  $x, y$  valós számra.
3. A síkon  $A, B, C, D, E$  öt pont úgy, hogy  $ABCD$  paralelogrammát,  $BCED$  húrnégyszöget alkot. Legyen  $l$  egy egyenes  $A$ -n keresztül.  $l$  a  $DC$  szakasz belsejét  $F$ , a  $CB$  egyenest  $G$  pontban metszi. Tegyük fel, hogy  $EF = EG = EC$  (szakaszok hossza egyenlő). Bizonyítsuk be, hogy  $l$  a  $DAB$  szög szögfelezője.