Kombi problémamegoldó és kutatószeminárium

vegyes extremális példák

2020. Nov. 10

1) Legyen G olyan n-csúcsú gráf, amelyben nincsen feszített C_4, és minimális fokszáma δ. Ekkor minden $t \leq \alpha(G)$ számra teljesül hogy

$$\omega(G) \geq \frac{t\delta - n}{\binom{t}{2}}.$$

2) Legyen G olyan n-csúcsú gráf, amelyben nincsen feszített C_4. Ekkor

$$\omega(G) \geq \frac{n}{\binom{\alpha(G)+1}{2}}.$$

3) Igazoljuk, hogy ha $G = G(V, E)$ olyan n-csúcsú gráf, amelyben nincsen feszített C_4, akkor

$$\omega(G) \geq \frac{0.4|E|^2}{n^3}.$$

4) Legyen X halmaz egy partíciója az $X = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$, és legyen a a halmazok átlagos mérete. Igazoljuk hogy minden $b \leq a$ számra igaz, hogy az elemek közül legalább $(1 - 1/b)|X|$ tartozik olyan blokkba, aminek a mérete legalább a/b.

5) Legyen a H mátrix minden eleme 0 vagy 1, és sűrűségét definiáljuk úgy, hogy az egyesek aránya az elemek között. Igazoljuk, hogy ha H 2α-sűrű, akkor a legalább α-sűrűségű sorok hányada legalább $\frac{\alpha}{1-\alpha}$.

6) Igazoljuk, hogy a háromszögek száma egy C_5-öt nem tartalmazó n-csúcsú gráfban legfeljebb $Cn^{3/2}$, és ez a nagyságrend el is érhető.