Kombi problémamegoldó és kutatószeminárium

Ramsey, élszínezések

2018. Nov. 7.

1) Színezzük ki tetszőlegesen két színnel az n csúcsú teljes gráf éleit. Igazoljuk, hogy vagy létezik benne monokromatikus Hamilton-kör, vagy olyan Hamilton kör, amely két monokromatikus útból áll össze.

2) Mely n-re teljesül, hogy a K_n tetszőleges 2-színezésében találunk k hosszú monokromatikus utat?

3) Vegyük a $G = (A, B, E)$, $|A| = |B| = n$ teljes páros gráf egy élszínezését két színnel. Erre a következő teljesül:

- vagy lefedhető a gráf legalább $2n - 1$ csúcsa két monokromatikus úttal
- vagy a színezés *szétvágó*, vagyis az egyik színosztályt épp valamely $A_0 \subset A$ és $B_0 \subset B$ esetén a $G' = (A_0, B_0)$ és a $G'' = (A \setminus A_0, B \setminus B_0)$ teljes gráfok feszítik; a másik élosztályt a (G-re nézve) komplementerbeli élek.

4) Igazoljuk, hogy egy 3 színnel élszínezett teljes gráf csúcshalmaza lefedhető három monokromatikus úttal.

Egy G **gráf anti-Ramsey száma**, $AR(n, G)$ az a minimális r színszám, ahány színnel színezve egy $n \geq |V(G)|$ csúcsú teljes gráfot színezve mindig találunk egy G-vel izomorf részgráfot, aminek **élei különböző színűek**.

5) Mutassuk meg, hogy $AR(n, C_3) = n$. (Erdős, Simonovits, Sós)

6) Keressünk alsó és felső becslést $AR(n, tK_2)$, $AR(n, P_t)$, $AR(n, C_n)$ esetén.